Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 19 janvier 2013

François CHARLES

Zéros des fonctions normales et lieux de Hodge, *d'après Brosnan-Pearlstein, Schnell, M. Saito...*

Étant donnée une famille de variétés complexes projectives lisses, la conjecture de Hodge prédit l'algébricité du lieu des classes de Hodge. Ce résultat a été démontré de manière inconditionnelle par Cattani, Deligne et Kaplan en 1995. De manière analogue, l'étude conjecturale des relations d'équivalence sur les cycles algébriques ont amené Green et Griffiths à conjecturer l'algébricité du lieu des zéros des fonctions normales. Cet énoncé correspond à une version dans le cas mixte du théorème de Cattani-Deligne-Kaplan. Il a récemment été démontré par Brosnan-Pearlstein et Schnell, en s'appuyant sur les travaux de M. Saito. On présentera les grandes lignes de la preuve.

Yves de CORNULIER

Sur les groupes pleins-topologiques, *d'après Matui, Juschenko-Monod...*

Les groupes pleins-topologiques sont des groupes d'homéomorphismes de l'espace de Cantor, décrits localement comme puissances d'un homéomorphisme fixé à l'avance. Il a été démontré récemment que certains de ces groupes, associés à des sous-décalages minimaux, sont infinis, simples, de type fini et moyennables ; l'existence de groupes ayant ces propriétés n'était pas connue auparavant.

Filippo SANTAMBROGIO

Flots de gradient dans les espaces métriques et leurs applications, *d'après Ambrosio, Gigli et Savaré*

Un flot de gradient dans $\mathbb{R}^n$ est une solution d'une équation du type $x'(t) = -\nabla F(x(t))$, c'est-à-dire une courbe de pente maximale pour une fonction F. Une discrétisation variationnelle en temps (Euler implicite) permet d'éviter d'utiliser le gradient et de définir donc une notion de solution qui a un sens pour des fonctions peu régulières sur des espaces sans structure différentiable. La longue série de travaux d'Ambrosio, Gigli et Savaré, que je tâcherai de présenter brièvement, a traité au moins trois grandes questions : l'existence, l'unicité et les notions appropriées de solutions dans des espaces métriques assez généraux ; le cas de l'espace des mesures de probabilité avec la distance induite par le transport optimal et ses applications aux EDP d'évolutions ; l'application de ces idées à l'analyse des espaces métriques mesurés et de leurs structures différentielles, dans laquelle je me concentrerai en particulier sur ce qui a été fait autour de l'équation de la chaleur.

Lorenzo ZAMBOTTI

L'équation de Kardar-Parisi-Zhang, *d'après Martin Hairer*

L'équation de Kardar-Parisi-Zhang a été introduite dans les années quatre-vingt pour modéliser les fluctuations d'une interface soumise à un phénomène de croissance aléatoire ; elle apparaît dans l'étude des systèmes de particules en interaction, des polymères dirigés en milieu aléatoire, des matrices aléatoires. Il s'agit d'une équation stochastique aux dérivées partielles dirigée par un bruit blanc en espace-temps, contenant un terme quadratique en la dérivée spatiale, difficile à rendre rigoureuse car on s'attend à avoir des solutions au plus höldériennes en espace. Bizarrement, on peut écrire une solution explicite de cette équation, mais on ne sait pas donner un sens rigoureux à la non-linéarité ; surtout, aucune théorie connue ne donne de résultats d'unicité. Dans cet exposé je présenterai les récents résultats de Martin Hairer, qui a donné une théorie complète d'existence, unicité et approximation pour cette équation, dans laquelle la faible régularité en espace est gérée à travers la théorie des trajectoires rugueuses.