Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 2 OCTOBRE 2021

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Fanny KASSEL
Groupes de surfaces dans les réseaux des groupes de Lie semi-simples, *d'après J. Kahn, V. Marković, U. Hamenstädt, F. Labourie et S. Mozes*

Un réseau cocompact d'un groupe de Lie semi-simple G est un sous-groupe discret Γ tel que le quotient G/Γ soit compact. Un tel réseau contient-il toujours un sous-groupe de surface, à savoir un sous-groupe isomorphe au groupe fondamental d'une surface hyperbolique compacte ? Si oui, contient-il des sous-groupes de surface qui soient proches (dans un sens quantitatif précis) de sous-groupes fuchsiens de G, c'est-à-dire de sous-groupes discrets de G contenus dans une copie de $(P)SL(2, \mathbf{R})$ dans G ?
Le cas $G = PSL(2, \mathbf{C})$ correspond à une fameuse conjecture de Thurston sur les variétés hyperboliques de dimension 3, et la version quantitative du cas $G = PSL(2, \mathbf{R}) \times PSL(2, \mathbf{R})$ à la conjecture d'Ehrenpreis sur les paires de surfaces hyperboliques compactes ; ces deux conjectures ont été démontrées par Kahn et Marković il y a une dizaine d'années. Motivée par une question de Gromov, Hamenstädt a résolu le cas où G est de rang réel un à l'exception de $G = SO(2n, 1)$. Dans une prépublication récente, Kahn, Labourie et Mozes traitent le cas d'une large classe de groupes semi-simples G, incluant notamment tous les groupes de Lie simples complexes ; les groupes de surface qu'ils obtiennent sont des images de représentations anosoviennes au sens de Labourie. Nous donnerons quelques idées de leur démonstration.

11h30 Marco MACULAN
Non-densité des points entiers et variations de structures de Hodge, *d'après B. Lawrence, W. Sawin et A. Venkatesh*

Au début des années 80, Faltings a montré que toute courbe projective non singulière de genre au moins 2 définie sur un corps de nombres K n'admet qu'un nombre fini de points à coordonnées dans K —un énoncé conjecturé auparavant par Mordell. Récemment, Lawrence et Venkatesh ont découvert une nouvelle méthode pour prouver que les points entiers d'une variété algébrique définie sur un corps de nombres ne sont pas denses pour la topologie de Zariski. Appliquée aux courbes, cette technique fournit une nouvelle démonstration de la conjecture de Mordell ; appliquée aux variétés paramétrant les hypersurfaces non singulières de l'espace projectif (Lawrence–Venkatesh) ou d'une variété abélienne (Lawrence–Sawin), elle conduit à des résultats de finitude inaccessibles par les méthodes précédentes.

14h30 Ilaria MONDELLO
Structure des espaces limites des variétés non effondrées à courbure de Ricci minorée, *d'après J. Cheeger, W. Jiang et A. Naber*

Grâce au célèbre théorème de pré-compacité démontré par Gromov en 1981, nous savons que toute suite de variétés à courbure de Ricci minorée possède une sous-suite convergente vers un espace métrique en topologie de Gromov-Hausdorff pointée. Depuis lors, de nombreux mathématiciens, Anderson, Bando, Kasue, Nakajima, Cheeger, Colding, Tian, ont exploré la structure de cet espace limite, en particulier dans le cas de variétés à courbure de Ricci bornée, non effondrées, c'est-à-dire dont le volume de la boule unitaire est uniformément minoré. Les récents travaux de Cheeger, Jiang et Naber ont permis des avancées significatives dans la compréhension de la géométrie des espaces limites non effondrés. Ils ont ainsi démontré que, pour une suite de variétés à courbure de Ricci bornée, et sans hypothèse supplémentaire sur la courbure de Riemann, le lieu singulier est de codimension au moins quatre et de mesure d'Hausdorff correspondante finie (conjecture de la codimension quatre). Pour une suite de variétés dont la courbure de Ricci est seulement minorée, ils ont prouvé la rectifiabilité du lieu singulier et l'unicité presque partout des cônes tangents, ce qui améliore grandement les résultats connus sur les singularités de l'espace limite.

16h00 Sylvain MAILLOT
Flot de Ricci et difféomorphismes de variétés de dimension 3, *d'après R. Bamler et B. Kleiner*

R. Bamler et B. Kleiner démontrent que si M est une variété de dimension 3 compacte admettant une métrique riemannienne à courbure constante strictement positive, alors l'injection canonique du groupe d'isométries de cette métrique dans le groupe de difféomorphismes de M est une équivalence d'homotopie. Leur méthode est basée sur la notion de flot de Ricci singulier développée par B. Kleiner et J. Lott, et donne une nouvelle preuve de la conjecture de Smale, démontrée par Hatcher en 1983, dans le cas de S^3. Elle permet également de prouver que l'espace des métriques à courbure scalaire strictement positive sur une variété de dimension 3 compacte est vide ou contractile, ce qui améliore un résultat obtenu par F. Coda Marques en 2012.