Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 15 JUIN 2024

Institut Henri Poincaré (amphithéâtre Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Anna FLORIO
Livres brisés pour des flots de Reeb en dimension 3,
d'après Colin–Dehornoy–Rechtman

Étant donnée une variété de contact (M, ξ) il existe plusieurs formes de contact α définissant la même structure de contact ξ. Le choix d'une telle forme α induit une dynamique sur M, grâce au champ de Reeb R_α et au flot de Reeb associés. Pour une variété fermée orientée de dimension 3, Vincent Colin, Pierre Dehornoy et Ana Rechtman ont montré que chaque flot de Reeb non dégénéré est porté par un livre brisé, une généralisation de la notion de livre ouvert. Plus précisément, il existe un couple (K, F) où K est une réunion finie d'orbites périodiques du flot et F est un certain feuilletage co-orienté de $M \setminus K$ tel que la compactification de chaque feuille est une surface dont l'intérieur est plongé et positivement transverse au flot et dont le bord est contenu dans K. Nous définirons une telle décomposition en livre brisé et expliquerons sa construction, qui repose sur la théorie de l'homologie de contact plongée (ECH) et la chirurgie de Fried pour des surfaces. L'existence de tels livres brisés a des conséquences dynamiques remarquables, notamment sur le nombre d'orbites périodiques et sur l'entropie topologique des flots de Reeb portés par une telle décomposition, ou encore sur l'existence d'une section de Birkhoff pour un flot de Reeb générique. Nous discuterons de telles applications, en faisant référence aussi aux travaux de Colin–Dehornoy–Hryniewicz–Rechtman et Contreras–Mazzucchelli.

11h30 Grégory GINOT
Un aperçu des modules de persistance et de leurs applications

L'homologie persistante s'est imposée comme un outil important en analyse topologique des données et a trouvé des applications nombreuses dans d'autres sciences mais aussi de plus en plus en mathématiques. Son développement s'est fait autour de l'idée de chercher un invariant calculable associé à une discrétisation d'un espace topologique suffisamment régulier. La structure qui décrit ces invariants est précisément celle d'un module de persistance. Dans l'exposé nous présenterons le théorème de structure de ces objets, qui exprime qu'ils sont encodés par des "codes barres" et les théorème de stabilité qui permettent de contrôler la différence entre les invariants d'un espace et ceux d'une approximation.

Puis nous expliciterons des problématiques actuelles que sont le cas de la persistance multi-paramétriques et la question centrale de l'information géométrique contenue dans les codes barres. Nous illustrerons les résultats présentés par des exmples d'applications intra ou extra-mathématique.

14h30 Thomas SCANLON
Uniformity in Diophantine geometry

The Mordell conjecture, famously proven by Faltings, that an algebraic curve of genus greater than one has only finitely many rational points admits a geometric reformulation which then naturally generalizes to higher dimensional varieties giving the Mordell-Lang conjecture: if A is an abelian variety over the complex numbers, $\Gamma \leq A(\mathbb{C})$ is a finite rank subgroup, and $X \subseteq A$ is an algebraic subvariety, then $\Gamma \cap X(\mathbb{C})$ is a finite union of cosets of subgroups of Γ. The Mordell-Lang conjecture and related conjectures, such as the Manin-Mumford and Bogomolov conjectures, were proven already in the 1980s and 1990s and then the problem shifted to that of finding more effective descriptions and bounds for the intersections $\Gamma \cap X(\mathbb{C})$. Earlier work of such people as Bombieri, Faltings, Mumford, Rémond, Vojta, Ullmo, and Zhang, amongst others, has produced some effective bounds that depend on the arithmetic of the problem, usually formulated in terms of various heights. The main theorems discussed in this lecture give bounds depending entirely on geometric data, such as the dimensions and degrees of X and A and the rank of Γ. Interestingly, the new results are based on refinements of the arithmetic height inequalities already appearing in the earlier work together with a study of the so-called Betti map which takes into account the real analytic geometry of universal families of abelian varieties. This is a report on work of several mathematicians including, but not limited to, Cantat, Dimitrov, Gao, Ge, Habegger, Kühne, Masser, Xie, Yuan, Zannier, and Zhang.

16h00 Olivier FOUQUET
Constructions de systèmes d'Euler

La méthode des systèmes d'Euler est une technique pour borner les groupes de Selmer des représentations galoisiennes p-adiques en termes de classes de cohomologie qui forment un analogue algébrique des fonctions L. Depuis les travaux initiaux de V. Kolyvagin, K. Rubin et K. Kato, qui constituent les cas du groupe multiplicatif et de GL_2, elle a connu un développement spectaculaire dans diverses directions : extensions des systèmes d'Euler en familles universelles, constructions de systèmes d'Euler pour des nombreux autres groupes réductifs (produits de Rankin-Selberg de représentations automorphes, GSp_4...), méthode des congruences d'élévation du niveau et systèmes bipartis, raffinement des applications en théorie d'Iwasawa... Nous présenterons certaines de ces avancées.