

Séminaire Bourbaki du vendredi

VENDREDI 18 NOVEMBRE 2022

Institut Henri Poincaré (amphi. Darboux)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

14h00 Nathalie AYI

Des lois de Newton à l'équation de Boltzmann : dérivation dans le cas des sphères dures

Lors du congrès international des mathématiciens en 1900, Hilbert énonça le problème de l'axiomatisation de la physique. Plus précisément, il posa la question de la transition des modèles constitués d'atomes à des modèles continus dans le contexte de la dynamique des gaz. Il suggéra alors d'utiliser l'équation de Boltzmann comme une étape intermédiaire dans ce passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique. Ce ne fut que bien plus tard, en 1975, que Lanford fut le premier à proposer un schéma de preuve pour la dérivation en temps court de l'équation de Boltzmann en partant des équations de la mécanique classique. Lanford ayant posé les jalons de la preuve, celle-ci fut alors par la suite complétée par de nombreux auteurs. On s'intéressera en particulier aux récentes contributions apportées par Bodineau, Gallagher, Saint-Raymond et Texier.

15h15 Antoine CHAMBERT-LOIR

Les conjectures de Weil : origines, approches, généralisations

Je retracerai l'histoire des conjectures de Weil sur le nombre de solutions d'équations polynomiales dans un corps finis et quelques unes des approches qui ont été proposées pour les résoudre.

16h30 Aled WALKER

Pointwise convergence and exponential sums

The central questions of ergodic theory concern the convergence of various averages, taken over the orbits of a dynamical system. If the averages in question are taken over consecutive elements of an orbit, Birkhoff's foundational 'pointwise ergodic theorem' shows that they all converge (apart from at a zero measure set of orbits). Applications include the strong law of large numbers and certain properties of the continued fraction expansion of irrational numbers. In this introductory talk, we will sketch the classical 'density' proof of Birkhoff's result, before discussing the challenges of generalising this proof to the setting of sparser averages over the orbits — averages over higher degree polynomial values, say. In particular, we will expose a few of the ideas from Bourgain's hugely creative works of the late 1980s, which establish a link between questions of pointwise convergence and estimates in discrete harmonic analysis. Exponential sums enter the picture : we will analyse the simplest arithmetic examples, with a focus on Weyl's inequality for an exponential sum of monomials.