

# Séminaire N. Bourbaki

**SAMEDI 1 FÉVRIER 2025**

Institut Henri Poincaré (amphithéâtre Hermite)  
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

**10h00** Nikolay TZVETKOV  
**Spectral theory of nonlocal operators and infinite dimensional integrable systems,**  
*after P. Gérard, S. Grellier, T. Kappeler and P. Topalov*

---

The so-called inverse spectral method was used in the years 1970 to give precise informations on the long time behaviour for several partial differential equations such as the KdV equation. In these works the spectral problem was a local one and reduced to fine analysis of ordinary differential equations. It was a longstanding open problem to perform the inverse spectral method for equations presenting non local spectral problems. This problem was recently solved in the context of the Benjamin-Ono equation. In this talk, we will present these developments together with the closely related analysis of the so-called cubic Szegő equation.

**11h30** Isabelle TRISTANI  
**Estimations a priori uniformes pour l'équation de Landau,**  
*d'après Guillen et Silvestre*

---

L'équation de Landau (1936) permet de modéliser les collisions entre particules chargées dans un plasma. Cette équation peut être considérée mathématiquement pour une large gamme de potentiels d'interaction mais le seul cas pertinent physiquement est celui correspondant à un potentiel de Coulomb. Il s'agit d'un cas limite de l'équation de Boltzmann pour potentiel coulombien. La version homogène en espace de l'équation de Landau Coulomb a reçu une attention importante depuis de nombreuses années. Des travaux ont permis de développer une théorie de Cauchy de solutions (très) faibles pour cette équation. Des résultats de régularité partielle ou conditionnelle, d'existence en temps court ont également été obtenus plus ou moins récemment mais la question de l'existence globale de solutions fortes est restée ouverte jusqu'au travail récent de Guillen et Silvestre. Dans ce papier, les auteurs prouvent que l'information de Fisher est décroissante le long du flot de solutions, ce qui leur permet en particulier de prouver que les solutions de l'équation de Landau Coulomb n'explosent jamais.

**14h30** Martin HAIRER  
**Probabilistic interpretation of quantum field theories,**  
*after Guillarmou, Kupiainen, Rhodes, Vargas, ...*

---

We will report on a series of recent results by Guillarmou, Kupiainen, Rhodes and others on the probabilistic construction of the 2D Liouville quantum field theories. We will cover Segal's axioms and their probabilistic implementation in the context of the free field. If time permits, we will discuss the kind of problems arising when constructing interacting field theories, as well as the link to conformal field theories and the Virasoro algebra.

**16h00** Pierre PANSU  
**Théorie de l'homotopie quantitative,**  
*d'après Guth, Manin, Weinberger...*

---

Le but de la théorie de l'homotopie, en topologie, c'est de simplifier, après déformation continue, des applications continues entre espaces topologiques. Ce qui empêche de le faire, ce sont des invariants homotopiques. Cela soulève des questions quantitatives :

- Le calcul des invariants est-il possible (décidable) ? Si oui, à quel coût ?
- Construire des représentants de faible complexité et dont les valeurs des invariants sont prescrites est-il possible ? Si oui, à quel coût ?
- Quelle est la complexité des déformations nécessaires ?

Les réponses, souvent récentes, sont d'une grande diversité. En outre, bien des questions restent ouvertes, montrant que la topologie n'a pas dit son dernier mot, même en basses dimensions.