

# Séminaire Bourbaki du vendredi

**VENDREDI 28 MARS 2025**

Institut Henri Poincaré (amphithéâtre Charles Hermite)  
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

**14h00** Alexandre AFGOUSTIDIS  
**La dualité de Langlands**

---

L'un des buts du programme de Langlands, c'est d'utiliser les représentations linéaires de certains groupes « continus » de matrices (comme  $GL(n, \mathbb{R})$  ou  $GL(n, \mathbb{Q}_p)$ ) pour éclairer des aspects de la théorie des nombres — par exemple les propriétés de certaines fonctions holomorphes ayant une signification arithmétique, comme la fonction zêta de Riemann.

Pour associer à l'analyse harmonique d'un groupe réductif  $G$  de telles « fonctions  $L$  », Langlands a introduit en 1967 un « médiateur ». C'est un groupe  ${}^L G$ , défini en utilisant la structure algébrique de  $G$ , à partir duquel la construction de fonctions  $L$  est relativement simple ; on conjecture qu'il a des liens profonds avec l'analyse harmonique sur  $G$ .

J'essaierai de présenter ce « groupe dual  ${}^L G$  » et son rôle dans la théorie, en commençant par les exemples les plus simples.

**15h30** Georges SKANDALIS  
**Groupoïdes de Lie et calcul pseudodifférentiel**

---

Dans la démonstration de la conjecture de Helffer et Nourrigat par Androulidakis, Mohsen et Yuncken, le calcul pseudodifférentiel sur les groupoïdes de Lie joue un rôle crucial.

Nous parlerons donc de groupoïdes de Lie, et en donnerons plusieurs exemples. Nous discuterons la notion cruciale de groupoïdes de déformation. Nous présenterons enfin le calcul différentiel et pseudodifférentiel sur un groupoïde, ainsi que ses liens avec les groupoïdes de déformation.

17h00 Hatem ZAAG

## Résolution en solitons à l'explosion pour l'équation semi-linéaire des ondes avec exposant sous conforme

---

On considère l'équation semi-linéaire des ondes avec une non-linéarité en puissance dans le régime sous-conforme. L'existence de solutions explosives découle des techniques classiques d'énergie ou d'équations différentielles ordinaires (EDO). Étant donnée une solution explosive arbitraire, grâce à la vitesse finie de propagation, on peut facilement voir que le temps d'explosion dépend de l'espace. On le note alors à l'aide d'une fonction  $T(x)$  uniformément lipschitzienne. Dans cet exposé, on s'intéresse au comportement asymptotique de la solution autour d'un point singulier donné  $(x_0, T(x_0))$ . En dimension un, cette question est entièrement résolue, conformément à la célèbre « conjecture de résolution en solitons ». En effet, localement autour de chaque  $x_0$ , la solution se rapproche d'une somme finie de « solitons » découplés, qui sont des solutions auto-similaires explicites. La preuve repose de manière cruciale sur l'existence d'une fonctionnelle de Lyapunov en variables auto-similaires.

En dimension supérieure, la situation est plus délicate, en raison de l'absence d'une classification complète de toutes les solutions auto-similaires dans l'espace d'énergie. Néanmoins, nous obtenons certains résultats surprenants, comme une configuration à 4 solitons en dimension 2, où le graphe d'explosion prend localement la forme d'une pyramide.

On évoquera également certaines généralisations de ces résultats en dehors du cas d'une simple non-linéarité en puissance.