Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 31 JANVIER 2026

Institut Henri Poincaré (amphithéatre Charles Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Sylvy ANSCOMBE
The model theory of perfectoid fields, *after Jahnke and Kartas*

The "AKE principles" of Ax, Kochen, and Ershov, have at their heart an axiomatization of the first-order theories of henselian valued fields of residue characteristic zero. This work yields the famous asymptotic transfer principle for first-order sentences between the local fields of mixed and positive characteristics. Fontaine's tilt of a ring R is the inverse limit $R^\flat$ of copies of the ring R/p with transition maps given by Frobenius $x \mapsto x^p$, and in celebrated work, Scholze prove that tilting is then an equivalence between the category of perfectoid rings over K and the category of perfectoid rings over $K^\flat$.

The aim of this talk is to explain a new contribution of Jahnke and Kartas, who have introduced an elementary class $\mathcal{C}$ of valued fields, containing the perfectoid fields, and proved a range of AKE priciples in this context, including for the first time valued fields admitting nontrivial defect extensions. From their work one obtains a non-standard version of the Almost Purity theorem of Scholze, and the Fontaine–Wintenberger theorem. This should be seen in the context of Kuhlmann's tame valued fields are another setting in which there is an Ax–Kochen/Ershov-like theory, as well as important earlier work of Kuhlmann and Rzepka on the valuation theory of deeply ramified fields, and of Kartas which showed the transfer of decidability problems via tilting. More recently, Rideau-Kikuchi, Scanlon, and Simon have formalized the tilt as a bi-interpretation in continuous logic.

11h30 Claire VOISIN
La conjecture de Hodge pour les variétés abéliennes de dimension au plus 5, *d'après Markman*

La conjecture de Hodge porte sur la topologie et la géométrie analytique des variétés projectives complexes X. Elle prédit grosso modo l'existence de sous-variétés algébriques de X ayant une classe de cohomologie donnée, à condition que cette classe soit une classe de Hodge. Le seul cas connu en général est celui des hypersurfaces (classes de degré 2). Bien qu'il soit difficile de construire des classes de Hodge sur des variétés algébriques, il existe des exemples explicites produits par des procédés formels. C'est en particulier le cas des classes de Hodge, dites de Weil, sur les variétés abéliennes de Weil, qui sont des tores complexes algébriques admettant un endomorphisme quadratique. Je décrirai la stratégie qui a permis à Eyal Markman de démontrer la conjecture de Hodge pour les classes de Weil sur les variétés abéliennes de Weil de dimension 4, ce qui entraîne la conjecture de Hodge pour les variétés abéliennes de dimension au plus 5, grâce à des résultats antérieurs.

14h30 Isabelle GALLAGHER

Dérivation de l'équation de Boltzmann en temps long à partir d'une dynamique de sphères dures, *d'après Y. Deng, Z. Hani et X. Ma*

On considère un système microscopique de n sphères dures initialement indépendantes (modulo l'exclusion entre particules) et identiquement distribuées dans l'espace $\mathbb{R}^3$. Dans la limite où leur nombre n tend vers l'infini et leur diamètre ε vers n, sous l'hypothèse de faible densité $n\varepsilon^2 = 1$, il est connu depuis les travaux de Lanford que la mesure empirique des particules se concentre sur la solution de l'équation de Boltzmann sur un temps court. En particulier, les particules restent dynamiquement indépendantes dans cette limite, et sur ce temps court où les corrélations induites par les collisions sont bien contrôlées. Dans un travail récent, Y. Deng, Z. Hani et X. Ma ont réussi à obtenir le même résultat de convergence sur un temps arbitrairement grand : plus précisément la convergence a lieu aussi longtemps qu'existe une solution régulière à l'équation de Boltzmann. Dans cet exposé nous présenterons quelques éléments de la preuve de ce résultat.

16h Bertrand RÉMY

Annulations en cohomologie unitaire et théorie géométrique des groupes, *d'après Uri Bader et Roman Sauer*

La cohomologie à valeurs dans des représentations unitaires a de multiples applications en-dehors de la pure théorie des groupes : en arithmétique et en géométrie notamment. La situation où le groupe considéré est un groupe de Lie, et celle où c'est un groupe discret, sont liées (par induction) quand ce dernier est un réseau d'un groupe de Lie. Classiquement, on passe ainsi de calculs de cohomologie de groupes discrets à des calculs de cohomologie à coefficients unitaires pour des groupes de Lie semi-simples. Les coefficients sont plus gros mais le groupe ambiant a une structure bien comprise, qui rigidifie la situation ; au moyen de réductions supplémentaires, on est ramené à des calculs de cohomologie relative d'algèbres de Lie (Borel et Wallach). Les travaux de Bader et Sauer permettent de se passer de l'hypothèse de cocompacité des réseaux et fournissent, entre autres, des résultats d'annulation jusqu'au rang du groupe de Lie ambiant. Les techniques utilisées reposent sur une combinaison d'algèbre homologique et d'analyse fonctionnelle, ainsi que sur l'usage inédit d'ingrédients de théorie géométrique des groupes.