# Séminaire N. Bourbaki

## SAMEDI 6 JUIN 2026

Institut Henri Poincaré (amphithéâtre Charles Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

**10h00** Guillaume AUBRUN
**Empilements de sphères en très grande dimension**,
*d'après B. Klartag*

Soit $d_n$ la densité maximale d'un empilement de sphères dont les centres forment un réseau de l'espace euclidien à $n$ dimensions. On expliquera comment Bo'az Klartag a démontré l'inégalité $d_n \geq cn^2 2^{-n}$ où $c > 0$ est une constante universelle. En très grande dimension, même pour des empilements de sphères non nécessairement liés à un réseau, cette nouvelle borne inférieure est un progrès substantiel.

La preuve de Klartag repose sur la méthode probabiliste en combinant deux utilisations du hasard. La première, très classique, consiste à étudier les propriétés statistiques d'un réseau choisi uniformément au hasard. La seconde, novatrice, considère le processus d'évolution stochastique d'un ellipsoïde contraint à ne contenir, en dehors de l'origine, aucun point du réseau dans son intérieur.

**11h30** Bram PETRI
**Les notes fondamentales des surfaces hyperboliques aléatoires de grand genre**,
*d'après Hide–Magee, Anantharaman–Monk et Hide–Macera–Thomas*

Le but de cet exposé est d'expliquer trois résultats sur la première valeur propre (la note fondamentale) du Laplacien d'une surface hyperbolique aléatoire de grand genre. Les travaux de Huber et Cheng des années 1970 impliquent que, pour toute suite de surfaces fermées dont le genre tend vers l'infini, la limite de la note fondamentale ne peut pas excéder 1/4, le bas du spectre du plan hyperbolique. La question de l'optimalité de cette borne a été ouverte pour longtemps. Nous commencerons par le travail de Hide et Magee qui utilisent un modèle aléatoire basé sur des revêtements pour construire la première suite de surfaces fermées dont la note fondamentale tend vers 1/4. Après, nous discuterons le travail de Anantharaman et Monk qui montre que ce comportement est aussi typique pour une surface de grand genre tiré au hasard avec la mesure de Weil–Petersson, une sorte de mesure de Lebesgue sur l'espace de modules de surfaces hyperboliques de genre fixé. Enfin, nous parlerons du travail de Hide, Macera et Thomas, qui donne une nouvelle démonstration du dernier résultat et qui fournit une borne polynomiale sur la distance entre la note fondamentale d'une surface aléatoire et 1/4.

## **14h30** Anna FLORIO
## **Sur les pseudo-rotations analytiques de surfaces**, *d'après Berger*

L'exemple plus simple d'une dynamique sur une surface sans point périodique est une rotation irrationnelle de l'anneau. On peut alors se demander si tout difféomorphisme sans point périodique est (conjugué à) une rotation. Dans les années 1970, Anosov et Katok ont construit le premier exemple d'une pseudo-rotation (c'est-à-dire un difféomorphisme symplectique sans point périodique) lisse et transitive de l'anneau ; un tel difféomorphisme ne peut pas être conjugué à une rotation. La question de savoir si une construction analogue est réalisable en classe analytique restait ouverte : dans les années 1930, Birkhoff conjecturait que toute pseudo-rotation analytique de l'anneau est conjuguée à une rotation. Pierre Berger a réfuté cette conjecture en montrant que la construction d'Anosov–Katok peut s'adapter au cas analytique, via un théorème d'approximation des difféomorphismes lisses par des commutateurs de certaines applications analytiques. Berger construit également des pseudo-rotations analytiques sur la sphère de dimension 2, obtenant ainsi le premier exemple analytique de point fixe elliptique instable sur cette variété.

## **16h00** Julien SABIN
## **L'énergie des gaz de bosons dilués**, *d'après Fournais et Solovej*

Les bosons sont un type de particules quantiques dont le comportement collectif possède de remarquables propriétés physiques : condensation de Bose–Einstein, superfluidité... Mathématiquement, ces propriétés sont encore mal comprises si l'on tient compte des interactions entre particules. Par exemple, le fait qu'un système thermodynamique de bosons (c'est-à-dire la limite lorsque $N \to +\infty$ de $N$ bosons dans un volume $V$ avec $N/V = \rho$ fixé) se condense reste une conjecture. Des progrès majeurs ont été néanmoins obtenus récemment concernant l'énergie par unité de volume d'un tel système. En 2020, Fournais et Solovej ont achevé la démonstration de la célèbre formule de Lee-Huang-Yang, dérivée en 1957, qui donne les deux premiers termes de l'asymptotique de cette énergie dans la limite diluée $\rho \to 0$. Dans cet exposé, j'expliquerai comment obtenir ces asymptotiques ainsi que le lien avec la question de la condensation.