Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 2 AVRIL 2022

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

11h00 Guillaume AUBRUN

Vers la conjecture de Kannan–Lovász–Simonovits, *d'après Yuansi Chen*

Comment couper un ensemble convexe de $\mathbf{R}^n$ en deux parties de même volume en minimisant la surface de coupe ? Pour ce problème isopérimétrique, Kannan, Lovász et Simonovits ont conjecturé en 1995 que si l'on restreint l'infimum aux coupes le long d'un hyperplan, la valeur obtenue n'est modifiée que par une constante indépendante de la dimension. Cette conjecture a de nombreuses implications sur la géométrie des convexes de grande dimension.
Fin 2020, Yuansi Chen a démontré une version affaiblie de la conjecture où la constante universelle est remplacée par $n^{o(1)}$, ce qui est une amélioration spectaculaire des bornes précédemment connues. Nous présenterons la preuve de Chen, qui raffine le processus de localisation stochastique dû à Eldan et Lee–Vampala, et exploite de manière efficace les outils du calcul stochastique.

14h30 Emmanuel KOWALSKI

Polynômes irréductibles jumeaux et autres problèmes additifs binaires pour les polynômes sur les corps finis, *d'après W. Sawin et M. Shusterman*

Les problèmes ouverts les plus connus concernant les nombres premiers sont les problèmes additifs binaires, dont l'exemple le plus célèbre est la conjecture des nombres premiers jumeaux. W. Sawin et M. Shusterman ont résolu l'analogue de ces conjectures dans le cas des polynômes irréductibles sur un corps fini fixé, ainsi que le cas de degré 2 de la conjecture de Schinzel. L'exposé présentera le contexte de ces questions, et expliquera les méthodes utilisées par Sawin et Shusterman, qui combinent arithmétique et géométrie algébrique.

16h00 Yves MEYER

Mesures cristallines et applications, *d'après Pavel Kurasov, Alexander Olevskii, Peter Sarnak et Maryna Viazovska*

Une mesure cristalline est une mesure atomique sur $\mathbb{R}^n$ dont le support est localement fini et dont la transformée de Fourier au sens des distributions est également une mesure atomique portée par un ensemble localement fini. L'exemple le plus simple est le peigne de Dirac. Les mesures cristallines ont été définies et étudiées dès les années cinquante. Jean-Pierre Kahane et Szolem Mandelbrojt (1958) ont cherché à déterminer les fonctions méromorphes dans le plan complexe ayant un seul pole en $s = 1$ et qui vérifient le même type d'équation fonctionnelle que la fonction zeta. Ces auteurs montrèrent qu'une mesure cristalline est toujours attachée à une telle fonction méromorphe. Cette même année, André Guinand construisait des mesures cristallines très différentes des peignes de Dirac. Puis le sujet fut abandonné pendant près de trente ans. La découverte des quasicristaux par Don Shechtman en 1982 renouvela l'intérêt porté aux mesures cristallines. En premier lieu Nir Lev et Alexander Olevskii observèrent que la preuve donnée par Guinand était incomplète et construisirent une mesure cristalline sur la droite réelle qui ne se réduit pas à un peigne de Dirac. Nous verrons ensuite que la version discrètisée des mesures cristallines est reliée à un problème classique en traitement du signal et de l'image. Enfin les mesures cristallines sont présentes dans le problème suivant. Soient $\Lambda \subset \mathbb{R}^n$ et $F \subset \mathbb{R}^n$ deux ensembles localement finis. Une fonction f de la classe de Schwartz peut-elle être reconstruite en utilisant seulement sa restriction à Λ et la restriction de sa transformée de Fourier à F ? En résolvant ce problème Maryna Viazovska a, du même coup, trouvé la solution du problème de Kepler d'empilement des boules en dimension 8 et 24. Nous terminerons cet exposé par un théorème remarquable dû à D. Radchenko, A. Bondarenko et K. Seip. Il s'agit d'une variante, sans terme intégral, de la formule sommatoire de Riemann–Weil.