Séminaire Bourbaki du vendredi

VENDREDI 22 NOVEMBRE 2024

Institut Henri Poincaré (amphithéatre Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

14h00 Javier FRESÁN
Valeurs de fonctions L et périodes

Pourquoi la somme $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n/(2n+1)^3$, dont la définition semble pourtant si proche de $\zeta(3)$, est-elle un multiple rationnel de π^3 ? C'est à ce genre de questions que permet de répondre la conjecture de Deligne (1979) sur les valeurs de fonctions L motiviques. Ces fonctions généralisent et unifient des objets fondamentaux en théorie des nombres tels que la fonction zêta de Riemann ou la fonction L d'une forme modulaire. Elles sont associées à des variétés algébriques définies par des équations à coefficients rationnels (ou plus généralement à des morceaux découpés géométriquement dans leur cohomologie) en rassemblant dans un produit sur les nombres premiers des séries génératrices de comptages de points. La conjecture de Deligne prédit un lien entre les valeurs des fonctions L motiviques en certains entiers dits « critiques » et les périodes, c'est-à-dire les intégrales de formes différentielles algébriques sur des domaines définis par des inéquations polynomiales. J'expliquerai l'énoncé général et je l'illustrerai en traitant en détail les exemples des fonctions L de Dirichlet et des fonctions L de formes modulaires.

15h30 Manon DEFOSSEUX
Le théorème de Pitman et ses généralisations

Le théorème de Pitman de 1975 affirme que si B est un mouvement brownien réel, et I, au temps t, l'infimum de B sur $(0,t)$, alors le processus $B-2I$ a la même loi qu'un processus de Bessel de dimension 3. Un groupe de Coxeter, le plus simple d'entre eux, celui de type A_1, joue dans le théorème un rôle important. Dans les années 2000, Philippe Biane, Philippe Bougerol et Neil O'Connell ont introduit une transformation de Pitman généralisée définie pour tout groupe de Coxeter de cardinal fini et proposé un théorème de Pitman valable pour n'importe lequel de ces groupes.

Biane, Bougerol et O'Connell ont montré que la transformation de Pitman généralisée jouait un rôle essentiel dans le modèele des chemins de Littelmann. Ce modèle appartient à la théorie combinatoire des représentations, et le théorème de Pitman au vaste champ des probabilités dites intégrables. Dans ce domaine, la correspondance de

Robinson—Schented—Knuth, dont le modèle de chemins fournit une généralisation, est l'outil de prédilection pour comprendre certains modèles aléatoires comme les modèles de particules en interaction ou la percolation de dernier passage. Nous présenterons les résultats de Biane, Bougerol et O'Connell en tâchant, le plus souvent possible, de préciser comment ils s'interprètent dans le contexte de ces modèles.

17h00 Timothy GOWERS
Bounds for Ramsey numbers

Ramsey's theorem in its most basic form states that for every k there exists k such that if the edges of a complete graph with n vertices are coloured red or blue, then there must be k vertices joined entirely by red edges or k vertices joined entirely by blue edges. The question of how large n must be to guarantee this is a major open problem in combinatorics, on which there has been major progress.

Ramsey's theorem has many variants and generalizations. For example, one can consider more colours, or one can look at hypergraphs instead of graphs, or one can attempt to find monochromatic subgraphs other than cliques. This talk will discuss the quantitative aspects of these related problems. For most of them, there are large gaps between the best known upper and lower bounds, but there has been interesting progress on several of them, some of which is quite recent.