

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 29 NOVEMBRE 2025

Institut Henri Poincaré (amphithéâtre Charles Hermite)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

10h00 Giada FRANZ
Minimal surfaces via equivariant eigenvalue optimization,
after Karpukhin, Kusner, McGrath, and Stern

In 1996, Nadirashvili discovered a beautiful connection between minimal surfaces in round spheres and an optimization problem for Laplace eigenvalues on a surface. This gave a surprising analytic perspective on minimal surfaces and opened the way for many important results.

Here, we will focus on the recent paper from 2024 by Karpukhin–Kusner–McGrath–Stern, who use equivariant eigenvalue optimization to construct many new examples of minimal surfaces in the three-dimensional unit sphere $\mathbb{S}^3$. Using similar methods, they also find many new free boundary minimal surfaces in the three-dimensional unit ball $\mathbb{B}^3$, in particular obtaining examples for every topological type. This was a central open problem in the field, posed by Fraser–Li in 2014, whose analogue in $\mathbb{S}^3$ was solved by Lawson in 1970. Note that free boundary minimal surfaces in round balls enjoy a connection with another eigenvalue problem, namely the Steklov problem, by a result of Fraser–Schoen.

In the talk, we will give an overview of the results. We will present the ingredients in the proof of Karpukhin–Kusner–McGrath–Stern (including previous results by Petrides from 2014 and Karpukhin–Stern from 2020) and we will focus on the novel techniques of the paper. These have already spurred important advances in the study of Laplace eigenvalue optimization by Petrides (2024) and Karpukhin–Petrides–Stern (2025).

11h30 Serge CANTAT
Degrés dynamiques

Soient X une variété projective irréductible et $f: X \rightarrow X$ une transformation rationnelle de X . Nous disposons alors d'un système dynamique algébrique. L'espace des phases est X et l'évolution d'un point x de X est régie par f : la trajectoire décrite par x au cours du temps est la suite $x, f(x), f(f(x)), \dots, f^n(x), \dots$, où f^n désigne la n -ème itération de f . Les degrés dynamiques de f sont une collection finie de nombres réels positifs $\lambda_k(f)$, un pour chaque codimension k comprise entre 0 et la dimension de X . Par exemple,

lorsque X est l'espace projectif et H_k est un sous-espace projectif de codimension k , $\lambda_k(f)$ mesure le taux de croissance exponentiel du degré de $(f^n)^*H_k$, quand n tend vers $+\infty$. Les degrés dynamiques permettent donc d'appréhender la complexité d'un tel système dynamique. Cet exposé présentera les principales propriétés des degrés dynamiques, notamment leur construction, leur invariance par conjugaison, leur semi-continuité et leur lien avec des notions plus classiques en systèmes dynamiques.

14h30 Christian AUSONI

Réfutation de la conjecture du télescope de Ravenel,
d'après Burklund–Hahn–Levy–Schlank

La catégorie des spectres Sp —au sens de la topologie algébrique— est composée d'objets qui représentent les théories de cohomologie et permettent l'étude, par exemple, des groupes d'homotopie stables des sphères. Les théories de cohomologie multiplicatives sont liées aux groupes formels, dont la filtration par hauteur conduit à la filtration chromatique de Sp , indexée par $\mathbb{N}$, qui encode les phénomènes de périodicité.

La conjecture du télescope de Ravenel prédit que deux descriptions du n -ième quotient de cette filtration sont égales. Elle est valable pour $n = 0$ et $n = 1$, mais Burklund, Hahn, Levy et Schlank ont démontré en 2023 qu'elle fausse pour $n \geq 2$. Dans cette présentation, je donnerai un bref aperçu de l'homotopie stable chromatique et de la conjecture du télescope de Ravenel, j'esquisserai sa réfutation et j'évoquerai certaines des conséquences sur notre compréhension de l'homotopie stable.

16h00 Amador MARTIN-PIZARRO

Model theory, differential algebra and functional
transcendence, after Freitag, Jaoui, and Moosa

A fundamental problem in the study of algebraic differential equations is determining the possible algebraic relations among different solutions of a given differential equation. Freitag, Jaoui, and Moosa have isolated an essential property, called property D_2 , in order to show that if a differential equation given by an irreducible differential polynomial of order n is defined over the constants and has property D_2 , then any number of pairwise distinct solutions together with their derivatives up to order $n - 1$ are algebraically independent. The property D_2 requires that, given two distinct solutions, there is no non-trivial algebraic dependence between the solutions and their first $n - 1$ derivatives.

The proof of Freitag, Jaoui and Moosa is extremely elegant and short, yet it uses in a clever way fundamental results of the model theory of differentially closed fields of characteristic 0. The goal of this talk is to introduce the model-theoretic tools at the core of their proof, without assuming a deep knowledge in (geometric) model theory (but some familiarity with basic notions in algebraic geometry).